परीक्षा वर्ष 2

उत्तराखण्ड विद्यालयी शिक्षा परिषद्,

केन्द्र संख्या केन्द्र मुहर	केन्द्र व्यवस्थापक के हस्ताक्षर
इण्टर केन्द्र सं० 01213	

नोट–केन्द्र के नाम की मुहर उत्तरपुस्तिका के किसी भी भाग पर न लगाएं।

परीक्षार्थी द्वारा भरा जायेगा–

अनुक्रमांक (अंकों में)– 2 2 5 0 3 8 2 0

अनुक्रमांक (शब्दों में)– दो करोड़ पच्चीस लाख तीन हजार आठ सौ बीस

विषय– गणित

प्रश्नपत्र संकेतांक– 428 (IOV)

परीक्षा का दिन– सोमवार

परीक्षा तिथि– 04/04/2022

कक्ष निरीक्षक द्वारा भरा जाय–

केन्द्र संख्या– 1 2 1 3

परीक्षा कक्ष संख्या– 0 7

उपरोक्त सभी प्रविष्टियों की जाँच मेरे द्वारा सावधानीपूर्वक कर ली गयी है।

कक्ष निरीक्षक का नाम– निर्मल सिंह

दिनांक– 4/4/2022

हस्ताक्षर कक्ष निरीक्षक–

प्रमाणित किया जाता है कि मैंने इस उत्तरपुस्तिका का मूल्यांकन समुचित प्रश्न–पत्र संकेतांक तथा मूल्यांकन निर्देशों के अनुसार किया है। प्राप्तांकों का मुखपृष्ठ पर अग्रसारण कर प्राप्तांकों एवं प्राप्तांकों के योग का मिलान कर लिया गया है। एवार्ड ब्लैंक में प्राप्तांकों की अंकना कर उनका पुनः मिलान भी कर लिया है। किसी भी प्रकार की त्रुटि के लिए मैं उत्तरदायी रहूँगा/रहूँगी।

परीक्षक के हस्ताक्षर एवं संख्या 2220405

1. अंकेक्षक के हस्ताक्षर एवं संख्या 2220410

2. अंकेक्षक के हस्ताक्षर एवं संख्या 2220409

सन्निरीक्षा प्रयोगार्थ

सन्निरीक्षा पूर्व अंक–

सन्निरीक्षा पश्चात् अंक–

त्रुटि का प्रकार–

दिनांक–

हस्ताक्षर निरीक्षक–

उत्तर-: (1) (क)

$R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$

$\because b > 6 \Rightarrow b = \{7, 8, 9 - - - - -\}$

$\Rightarrow$ जब $b = 7$, तब-:

$a = 7 - 2$

$[a = 5]$ $\quad (a, b) = (5, 7) \notin R$

$\Rightarrow$ जब $b = 8$, तब-:

$a = 8 - 2$

$[a = 6]$ $\quad (a, b) = (6, 8) \in R$

(d) अतः $(6, 8) \in R$ है। {विकल्प (iv) सही है।}

उत्तर-: (1) (ख)

आव्यूह A की कोटि = 3×3

$|KA| = ?$

(d) $|KA| = K^3 |A|$ { विकल्प (d) सही है। }

उत्तर-: (1) (ग)

$|\vec{a}| = a$

$|\lambda \vec{a}| = 1$

उत्तर-: (1)(घ)

अवकल समीकरण ⇒ $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$

(a) कोटि = 2 {विकल्प (a) सही है। }

उत्तर-: (1)(ङ.)

$\int x^2 e^{x^3} dx$

Let-: $x^3 = t$

diff w.r.to "x" -:

$3x^2 dx = dt$

$x^2 dx = \frac{dt}{3}$

$= \int dt/3 \cdot e^t$

$= \int e^t \, dt/3$

$= \frac{1}{3}\int e^t \, dt$

$= \frac{1}{3} e^t + c$

$= \frac{1}{3} e^{x^3} + c$

(c) {विकल्प (c) सही है। }

उत्तर-: (1)(च)

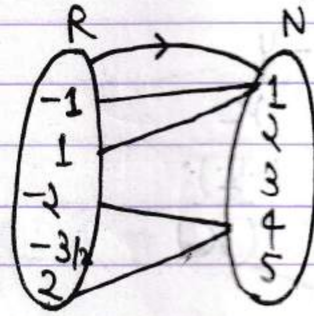
$x = \sin y$

(d) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ (विकल्प (d) सही है।)

उत्तर-: (२)

$f: R \rightarrow N$

$f(x) = x^2$



$\Rightarrow f(x) = x^2$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(1) = (1)^2 = 1$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$

$f(2) = (2)^2 = 4$

हाँ, दिया गया फलन बहुएक फलन है। क्योंकि प्रांत के अवयव -1 व 1 दोनों का सहप्रांत में केवल एक प्रतिबिंब 1 है।

उत्तर-: (३)

$x^y = 10$

taking log both side-:

$y \cdot \log x = \log 10$

diff w.r. to "x" on both side-:

$y \cdot \frac{1}{x} + \frac{dy}{dx} \cdot \log x = 0$

$\frac{y}{x} + \log x \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

$\log x \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\log x} \cdot \frac{(-y)}{(x)}$

$$\left[\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x \cdot \log x}\right]$$

उत्तर-: (4)

$\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

$= -\tan^{-1}(\sqrt{3})$

$= -\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)$

$= -\frac{\pi}{3}$

उत्तर-: (5)

Let -: $x^2+1=t$

diff w.r. to "x" on both side -:

$2x\,dx = dt$

$= \int \sin t \cdot dt$

$= -\cos t + c$

$= -\cos(x^2+1) + c$

उत्तर -: (6)

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$= \cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) + 2\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

$= \frac{\pi}{3} + \cancel{2} \times \frac{\pi}{\cancel{6}\,3}$

$= \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$

$= \frac{2\pi}{3}$

उत्तर -: (7)

$\cos\theta \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cdot\cos\theta \\ \ldots & \ldots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2\theta & -\sin\theta\cdot\cos\theta \\ \ldots & \ldots \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta & \sin\cancel{\theta\cdot\cos\theta} - \sin\cancel{\theta\cdot\cos\theta} \\ -\sin\cancel{\theta\cdot\cos\theta} + \cancel{\cos\theta}\sin\theta & \cos^2\theta + \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

उत्तर-: (8)

To find-: $\frac{dy}{dx} = ?$

if-: $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$

Let-: $x = \tan\theta \Rightarrow \theta = \tan^{-1}x$

$$y = \cos^{-1}\left(\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}\right)$$

$$y = \cos^{-1}(\sin 2\theta)$$

$$y = \cancel{\cos}^{-1}[\cancel{\cos}(\pi/2 - 2\theta)]$$

$$y = \frac{\pi}{2} - 2\theta$$

$$y = \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}x$$

diff both side w.r. to "x"-:

$$\frac{dy}{dx} = 0 - 2\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$$

उत्तर-:(9)

$x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1+\cos\theta)$

To find $\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = ?$.

$\Rightarrow$ $x = a(\theta - \sin\theta)$

diff both side w.r. to "θ"-:

$$\frac{dx}{d\theta} = a(1-\cos\theta) \quad \dots (i)$$

$\Rightarrow$ $y = a(1+\cos\theta)$

diff both side w.r. to "θ"-:

$$\frac{dy}{d\theta} = a(0-\sin\theta)$$

$$\frac{dy}{d\theta} = -a\sin\theta \quad \dots (ii)$$

from eqn (ii) ÷ eqn (i), we obtain-:

$$\frac{dy/d\theta}{dx/d\theta} = \frac{-a\sin\theta}{a(1-\cos\theta)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin\theta}{(1-\cos\theta)}$$

$$\left[\frac{dy}{dx} = \frac{\sin\theta}{(\cos\theta-1)}\right]$$

उत्तर-:(10)

$\frac{dy}{dx} = ?$

if:- $y^x = x^y$

$y^x = x^y$

taking log both side-:

$\log(y^x) = \log(x^y)$

$x \cdot \log y = y \cdot \log x$

diff both side w.r.to "x"-:

$1 \cdot \log y + x \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \cdot \log x + \frac{1}{x} \cdot y$

$\log y + \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \log x \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}$

$\log y - \frac{y}{x} = \log x \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{x}{y} \frac{dy}{dx}$

$\log y - \frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}\left[\log x - \frac{x}{y}\right]$

$[x \cdot \log y - y]/x = \frac{dy}{dx}[y \cdot \log x - x]/y$

$\frac{[x \cdot \log y - y]}{x} = \frac{dy}{dx}$

$$\frac{y}{x}\,\frac{[x\cdot\log y - y]}{[y\cdot\log x - x]} = \frac{dy}{dx}$$

$$\left[\frac{dy}{dx} = \frac{y[x\log y - y]}{x[y\cdot\log x - x]}\right]$$

उत्तर-: (11)

$$\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}\,dx$$

Let-: $\tan^{-1}x = t$

diff both side w.r.to "x"-:

$$\frac{1}{1+x^2}\,dx = dt$$

$$= \int e^t\,dt$$

$$= e^t + C$$

$$= e^{\tan^{-1}x} + C$$

उत्तर-: (12)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

$$\frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{1+x^2}$$

Integrating both side-:

$$\int \frac{dy}{1+y^2} = \int \frac{dx}{1+x^2}$$

$$[\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + c]$$

उत्तर-: (13)

$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$
$\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

$\vec{a} \times \vec{b} = ?$

$\vec{a} \times \vec{b} = (2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) \times (-\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$\vec{a} \times \vec{b} = \hat{i}(1-2) - \hat{j}(-2-(-2)) + \hat{k}(2-1)$

$\vec{a} \times \vec{b} = \hat{i}(-1) - \hat{j}(-2+2) + \hat{k}(1)$

$\vec{a} \times \vec{b} = -\hat{i} - \hat{j}(0) + \hat{k}$

$[\vec{a} \times \vec{b} = -\hat{i} + \hat{k}]$

P.T.O.

उत्तर-: (14)

समुच्चय Z में $R = \{(a,b) :$ संख्या 2, $(a-b)$ को विभाजित करती है $\}$।

To Prove-: R तुल्यता संबंध है।

(i) स्वतुल्य होने के लिए-:

$(a,a) \in R \Rightarrow (a-a) = 0$, जोकि 2 से विभाजित है।

अतः दिया गया संबंध स्वतुल्य है।

(ii) सममित होने के लिए-:

$(a,b) \in R \Rightarrow (a-b)$, संख्या दो (2) के द्वारा विभाजित होता है।

इसीलिए $(b-a)$ भी निश्चित रूप से 2 से विभाजित होगा।

$(a,b) \in R$ & $(b,a) \in R$

अतः दिया गया संबंध सममित है।

(iii) संक्रामक होने के लिए-:

Let-: $(a-b)$, 2 से विभाज्य है व $(b-c)$ भी 2 से विभाज्य है।

तब निश्चित ही $(a-c)$ भी 2 से विभाज्य होगा।

$(a,b) \in R$ & $(b,c) \in R$

अतः दिया गया संबंध संक्रामक है।

∴ दिया गया संबंध स्वतुल्य, सममित व संक्रामक है। अतः यह तुल्यता संबंध है।

उत्तर-: (15)

$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -6 \end{bmatrix}$

To Prove-: $(AB)' = B'A'$

L.H.S-: $(AB)' = ?$

$AB = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -6 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 12 \\ 4 & 12 & -24 \\ 5 & 15 & -30 \end{bmatrix}$

$(AB)' = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{bmatrix}$ ....(i)

R.H.S-:

$B'A' = ?$

$B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ $A' = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

$B'A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

$B'A' = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{bmatrix}$ ... (ii)

from eq^n (i) & eq^n (ii) -:

$[(AB)' = B'A']$

Hence Proved

उत्तर -: (16)

$Y = [x(x-2)]^2 \Rightarrow Y = [x^2 - 2x]^2$

diff both side w.r. to "x" -:

$\frac{dy}{dx} = 2(x^2 - 2x)(2x - 2)$

$f'(x) = 2x(x-2)\,2(x-1)$

$f'(x) = 2x \cdot 2(x-2)(x-1)$

$f'(x) = 4x(x-1)(x-2)$

फलन के वर्धमान या ह्रासमान के लिए -:

$f'(x) = 0$

$4x(x-1)(x-2)=0$

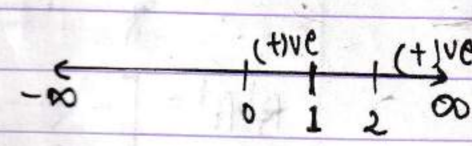
$x(x-1)(x-2)=0$

$[x = 0, 1, 2]$

$\Rightarrow$ ∵ फलन वर्धमान है-:

$f'(x) \geq 0$

$x(x-1)(x-2) \geq 0$



$x \in [0,1] \cup [2, \infty]$

अतः x के मान 0, 1, 2 व वर्धमान के लिए अंतराल $[0,1] \cup [2,\infty]$ है।

उत्तर-: (17)

$\int \sqrt{1+3x-x^2}\, dx$

$= \int \sqrt{1+3x-x^2+(3/2)^2-(3/2)^2}\, dx$

$= \int \sqrt{1+(3/2)^2+3x-x^2-(3/2)^2}\, dx$

$= \int \sqrt{1+\frac{9}{4}-\left[-3x+x^2+(3/2)^2\right]}\, dx$

$= \int \sqrt{\frac{4+9}{4}-\left[x^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-3x\right]}\, dx$

$= \int \sqrt{\frac{13}{4}-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}\, dx$

$$= \int \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 - \left(x-\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$\left\{ \because \int \sqrt{a^2-x^2}\, dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1}\frac{x}{a} + c \right\}$$

$$= \frac{(x-3/2)}{2} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 - \left(x-\frac{3}{2}\right)^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 \sin^{-1} \frac{(x-3/2)}{\frac{\sqrt{13}}{2}} + c$$

$$= \frac{(2x-3)}{2\times 2} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-3}{2}\right)^2} + \frac{1}{2} \times \frac{13}{4} \sin^{-1} \frac{(2x-3)/2}{\sqrt{13}/2} + c$$

$$= \frac{(2x-3)}{4} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 - \left(x-\frac{3}{2}\right)^2} + \frac{13}{8} \sin^{-1} \frac{(2x-3)}{\sqrt{13}} + c$$

उत्तर -: (18)

$$I = \int_0^{\pi} \frac{x\, dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x}\, dx \quad \ldots (i)$$

$$\left\{ \because \int_0^a f(x)\, dx = \int_0^a f(a-x)\, dx \right\}$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\, dx}{a^2[\cos(\pi-x)]^2 + b^2[\sin(\pi-x)]^2}$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x)}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}\, dx \quad \ldots (ii)$$

from eqⁿ (i) + eqⁿ (ii) :-

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x} + \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}\,dx$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\cancel{x} + \pi - \cancel{x}}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}\,dx$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}\,dx$$

$$2I = \pi\int_0^{\pi} \frac{1}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}\,dx$$

$$\because \int_0^{2a} f(x)\,dx = 2\int_0^{a} f(x)\,dx \quad \text{if :- } f(2a-x) = f(x)$$

$$f(\pi - x) = \frac{1}{a^2[\cos(\pi - x)]^2 + b^2[\sin(\pi - x)]^2}$$

$$f(\pi - x) = \frac{1}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$$

$$f(\pi - x) = f(x)$$

अतः यह एक सम फलन है।

$$\cancel{2}I = \cancel{2}\pi\int_0^{\pi/2} \frac{1}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}\,dx$$

$$I = \pi\int^{\pi/2} \frac{1}{\quad}\,dx$$

$\cos^2 x$ से अंश व हर में भाग करने पर -:

$$I = \pi \int_0^{\pi/2} \frac{1/\cos^2 x \quad dx}{a^2\cos^2 x/\cos^2 x + b^2 \sin^2 x/\cos^2 x}$$

$$I = \pi \int_0^{\pi/2} \frac{\sec^2 x}{a^2 + b^2 \tan^2 x} dx$$

Let -: $\tan x = t$

diff w.r. to "x" on both side-:

$\sec^2 x \, dx = dt$

when $x = 0$, then $t = 0$

when $x = \pi/2$, then $t = \infty$

$$I = \pi \int_0^{\infty} \frac{dt}{a^2 + b^2 t^2}$$

$$I = \frac{\pi}{b^2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{a^2/b^2 + t^2}$$

$$I = \frac{\pi}{b^2} \left[\frac{1}{a/b} \tan^{-1} \frac{t}{a^2/b^2}\right]_0^{\infty}$$

$$I = \frac{\pi}{b^2} \left[\frac{1}{a/b} \tan^{-1} \frac{\infty}{a^2/b^2} - \frac{1}{a^2/b^2} \cdot \frac{\tan 0}{a^2/b^2}\right]$$

$$I = \frac{\pi}{b^2} \times \frac{b}{a} \left[\tan^{-1} \infty\right] - 0$$

$$I = \frac{\pi b^2}{b^2 a^2}\left[\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$I = \frac{\pi}{ab}\left[\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\boxed{I = \frac{\pi^2}{2ab}}$$

उत्तर-:(19)

$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$
$\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$
$\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

सदिश ⇒ $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$

$$2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c} = 2(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) - (2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + 3(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c} = \cancel{2\hat{i}} + 2\hat{j} + 2\hat{k} - \cancel{2\hat{i}} + \hat{j} - \cancel{3\hat{k}} + 3\hat{i} + 6\hat{j} + \cancel{3\hat{k}}$$

$$2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c} = 3\hat{i} + 9\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$|2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}| = \sqrt{9 + 81 + 4} = \sqrt{90 + 4} = \sqrt{94} \text{ Un}$$

$2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ के समांतर मात्रक सदिश -:

$= \frac{1}{\sqrt{94}}\left(3\hat{i}+9\hat{j}+2\hat{k}\right)$

$= \frac{3}{\sqrt{94}}\hat{i} + \frac{9}{\sqrt{94}}\hat{j} + \frac{2}{\sqrt{94}}\hat{k}$

उत्तर-: (२०)

$P = (2, 5, -3)$
$Q = (-2, -3, 5)$
$R = (5, 3, -3)$

बिंदु P का स्थिति सादिश -:

$\vec{OP} = 2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k}$
$\vec{a} = 2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k}$

बिंदु Q का स्थिति सादिश -:

$\vec{OQ} = -2\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$
$\vec{b} = -2\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$

बिंदु R का स्थिति सादिश -:

$\vec{OR} = 5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}$
$\vec{c} = 5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}$

तीन बिंदु से होकर जाने वाले समतल का सदिश समीकरण -:

$(\vec{r}-\vec{a})\cdot[(\vec{b}-\vec{a})\cdot(\vec{c}-\vec{a})]=0$

$[\vec{r}-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k})]\cdot\{[(2\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k})-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k}$

$\cdot[(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k})-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k})]\}=0$

$[\vec{r}-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k})]\cdot\{(-4\hat{i}-8\hat{j}+8\hat{k})\cdot(3\hat{i}-2\hat{j}+0$

$[\vec{r}-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k})]\cdot\{-12+16+0\}=0$

$[\vec{r}-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k})]\cdot(4)=0$

अतः $[\vec{r}-(2\hat{i}+5\hat{j}-3\hat{k})]\cdot(4)=0$] समतल का समीकरण है।

उत्तर-: (21)

$P(A)=0.35$
$P(B)=0.45$

(i) $P(A\cap B)$

$\because$ घटनाएँ स्वतंत्र है, अतः -:

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
$P(A\cap B)=0.35\times 0.45$
$P(A\cap B)=\frac{35}{100}\times\frac{45}{100}$

(ii) $P(A \cup B) = ?$

$\because P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$

$0.35 + 0.45 - 0.1575 = P(A \cup B)$

$0.80 - 0.1575 = P(A \cup B)$

$[0.6425 = P(A \cup B)]$

उत्तर-:(२२)

$x - y + 2z = 7$

$3x + 4y - 5z = -5$

$2x - y + 3z = 12$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -5 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 7 \\ -5 \\ 12 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$M_{11} = 12 - 5 = 7$ $\qquad A_{11} = 7$

$M_{12} = 9 + 10 = 19$ $\qquad A_{12} = -19$

$M_{13} = -3 - 8 = -11$ $\qquad A_{13} = -11$

$M_{21} = -3 + 2 = -1$ $\qquad A_{21} = 1$

$M_{22} = 3 - 4 = -1$ $\qquad A_{22} = -1$

$M_{23} = -1 + 2 = 1$ $\qquad A_{23} = -1$

$M_{31} = 5 - 8 = -3$ $\qquad A_{31} = -3$

$M_{32} = -5 - 6 = -11$ $\qquad A_{32} = 11$

$M_{33} = 4 + 3 = 7$ $\qquad A_{33} = 7.$

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} 7 & -19 & -11 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 11 & 7 \end{bmatrix}$$

$$[\operatorname{adj} A] = \begin{bmatrix} 7 & 1 & -3 \\ -19 & -1 & 11 \\ -11 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} [\operatorname{adj} A]$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 7 & 1 & -3 \\ -19 & -1 & 11 \\ -11 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = A^{-1} B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7/4 & 1/4 & -3/4 \\ -19/4 & -1/4 & 11/4 \\ -11/4 & -1/4 & 7/4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ -5 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49/4 - 5/4 - 36/4 \\ -133/4 + 5/4 + 132/4 \\ -77/4 + 5/4 + 84/4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49/4 - 41/4 \\ -1/4 + 5/4 \\ 12/4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8/4 \\ -1/4 + 5/4 \\ 12/4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$[x = 2]$ & $[y = 1]$

उत्तर-:(२3)

वक्र-: $ay^2 = x^3$ बिंदु -: (am^2, am^3)

diff both side w.r. to "x"-:

$$a \cdot 2y \cdot \frac{dy}{dx} = 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{2ay}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(am^2, am^3)} = \frac{3(am^2)^2}{2a(am^3)}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(am^2, am^3)} = \frac{3a^2m^4}{2a^2m^3}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(am^2, am^3)} = \frac{3}{2}m$$

★ स्पर्श रेखा का समीकरण -:

(i) $$(y - y_1) = \frac{dy}{dx}(x - x_1)$$

$$(y - am^3) = \frac{3}{2}m(x - am^2)$$

$$2(y - am^3) = 3m(x - am^2)$$

$$2y - 2am^3 = 3mx - 3am^3$$

$$-2am^3 + 3am^3 = 3mx - 2y$$

$$[am^3 = 3mx - 2y]$$

(ii) अभिलंब का समीकरण-:

$$(y-y_1) = \frac{-1}{dy/dx}(x-x_1)$$

$$(y-am^3) = \frac{-1}{3m/2}(x-am^2)$$

$$(y-am^3) = -\frac{2}{3m}(x-am^2)$$

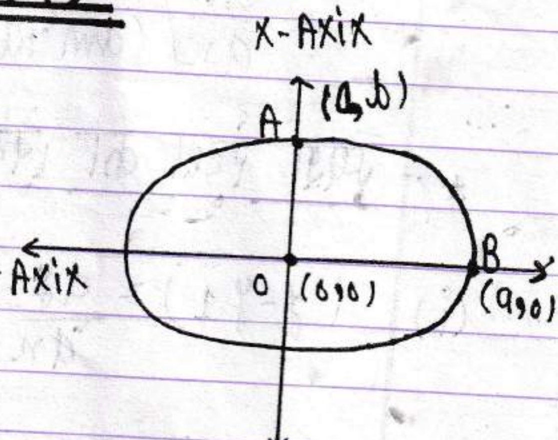
$$3m(y-am^3) = -2x+2am^2$$

$$3my+3am^4 = -2x+2am^2$$
$$[2x+3my = 2am^2-3am^4]$$

उत्तर-: (24)

दीर्घवृत्त का क्षेत्रफल = ?.

समीकरण-: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$



$$Area\,(OABO) = \int_0^a y\,dx$$

$$Area\,(OABO) = \int_0^a y\,dx \quad \ldots (i)$$

$$\because \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{y^2}{} = 1-\frac{x^2}{}$$

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{a^2-x^2}{a^2}$$

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)$$

$$y = \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 (a^2-x^2)}$$

$$\left[y = \frac{b}{a}\sqrt{(a^2-x^2)} \right] \quad \ldots (ii)$$

from eq^n (i) & eq^n (ii) :-

$$\text{Area}(OABO) = \int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}\, dx$$

$$\text{Area}(OABO) = \frac{b}{a}\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}\, dx$$

$$\text{Area}(OABO) = \frac{b}{a}\left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right]_0^a$$

$$\text{Area}(OABO) = \frac{b}{a}\left[\left(a \times 0 + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}(1)\right) - 0\right]$$

$$\text{Area}(OABO) = \frac{b}{a}\left[\frac{a^2}{2}\cancel{\sin^{-1}}\left(\cancel{\sin}\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$\text{Area}(OABO) = \frac{b}{\cancel{a}}\left(\frac{a^{\cancel{2}}}{2} \times \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Area}(OABO) = \frac{ab\pi}{4}$$

संपूर्ण दीर्घवृत्त का क्षे० ⇒ 4 × area(OABO)

$= \cancel{4} \times \frac{\pi ab}{\cancel{4}}$

$= \pi ab$ unit^2 Ans.

उत्तर-: (25)

अवकल समीकरण-: $\frac{dy}{dx} + \frac{2xy}{(1+x^2)} = \frac{1}{(1+x^2)^2}$

जब ⇒ $y=0$ & $x=1$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{(1+x^2)} y = \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

$\frac{dy}{dx} + Py = Q$ से तुलना करने पर-:

$P = \frac{2x}{1+x^2}$ $\qquad Q = \frac{1}{(1+x^2)^2}$

$I.f. = e^{\int P dx}$

$I.f. = e^{\int 2x/(1+x^2) dx}$

$I.f. = e^{\log|1+x^2|}$

$[I.f. = (1+x^2)]$

व्यापक समीकरण -:

$$y \times I.f = \int Q \times I.f \, dx$$

$$y \times (1+x^2) = \int \frac{1}{(1+x^2)^2} \cancel{(1+x^2)} \, dx$$

$$y \times (1+x^2) = \int \frac{1}{(1+x^2)} \, dx$$

$$y \times (1+x^2) = \tan^{-1} x + c \quad \ldots (i)$$

$y = 0$ & $x = 1$ रखने पर -:

$$0\,(1+x^2) = \tan^{-1}(1) + c$$

$$0 = \tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) + c.$$

$$\left[-\frac{\pi}{4} = c\right]$$

समीकरण (i) से -:

$$y \times (1+x^2) = \tan^{-1} x - \frac{\pi}{4}$$

$$\left[y = \frac{1}{(1+x^2)}\left(\tan^{-1} x - \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

उत्तर -: (26)

रेखाओं के समीकरण -:

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$
$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{a_1} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \qquad \vec{b_1} = (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$
$$\vec{a_2} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) \qquad \vec{b_2} = (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$(\vec{a_2} - \vec{a_1}) = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) - (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$
$$= \hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$(\vec{b_1} \times \vec{b_2}) = (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \times (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-2-1) - \hat{j}(2-2) + \hat{k}(1+2)$$
$$= -3\hat{i} + 3\hat{k}$$

$$|\vec{b_1} \times \vec{b_2}| = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} \text{ Unit}$$

$$(\vec{a_2} - \vec{a_1}) \cdot (\vec{b_1} \times \vec{b_2}) = (-3\hat{i} + 3\hat{k})(\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})$$
$$= -3 + 0 - 6$$
$$= -9$$

न्यूनतम दूरी $(d) = \left| \dfrac{(\vec{b_1} \times \vec{b_2}) \cdot (\vec{a_2} - \vec{a_1})}{|\vec{b_1} \times \vec{b_2}|} \right|$

$$d = \left| \frac{-9}{\sqrt{18}} \right|$$

उत्तर :-(२8)

E_1 = मशीन A का उत्पादन ।
E_2 = मशीन B " " ।
E_3 = मशीन C " " ।
R = खराब बोल्ट ।

मशीन A द्वारा किया गया उत्पादन की प्रायिकता -:

$$P(E_1) = 25\%$$
$$P(E_1) = \frac{25}{100}$$

मशीन B द्वारा किया गया उत्पादन की प्रायिकता -:

$$P(E_2) = 35\%$$
$$P(E_2) = \frac{35}{100}$$

मशीन C द्वारा किया गया उत्पादन की प्रायिकता -:

$$P(E_3) = 40\%$$
$$P(E_3) = \frac{40}{100}$$

मशीन A द्वारा खराब बोल्ट बनाने की प्रायिकता -:

$$P\left(\frac{R}{E_1}\right) = 5\%$$
$$P\left(\frac{R}{E_1}\right) = \frac{5}{100}$$

मशीन B द्वारा खराब बोल्ट बनाने की प्रायिकता -:

$$P\left(\frac{R}{E_2}\right) = 4\%$$

उत्तर :- (28)

E_1 = मशीन A का उत्पादन ।
E_2 = मशीन B " " ।
E_3 = मशीन C " " ।
R = खराब बोल्ट ।

मशीन A द्वारा किया गया उत्पादन की प्रायिकता -:

$$P(E_1) = 25\%$$
$$P(E_1) = \frac{25}{100}$$

मशीन B द्वारा किया गया उत्पादन की प्रायिकता -:

$$P(E_2) = 35\%$$
$$P(E_2) = \frac{35}{100}$$

मशीन C द्वारा किया गया उत्पादन की प्रायिकता -:

$$P(E_3) = 40\%$$
$$P(E_3) = \frac{40}{100}$$

मशीन A द्वारा खराब बोल्ट बनाने की प्रायिकता -:

$$P\left(\frac{R}{E_1}\right) = 5\%$$
$$P\left(\frac{R}{E_1}\right) = \frac{5}{100}$$

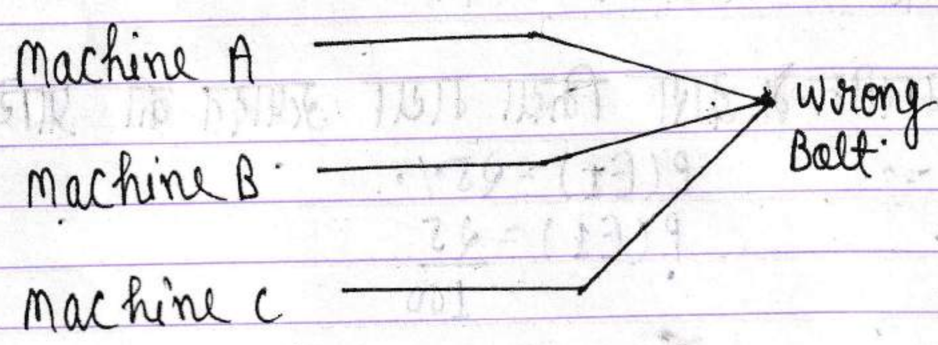
मशीन B द्वारा खराब बोल्ट बनाने की प्रायिकता -:

$$P\left(\frac{R}{\;}\right) = 4\%$$

मशीन C द्वारा खराब बोल्ट बनाने की प्रायिकता :

$$P\left(\frac{R}{E_3}\right) = 2\%$$

$$P\left(\frac{R}{E_3}\right) = \frac{2}{100}$$



बेज प्रमेय से खराब बोल्ट के मशीन A द्वारा बनाये जाने की प्रायिकता ⇒

$$= \frac{P(E_1) \times P(R/E_1)}{P(E_1) \times P\left(\frac{R}{E_1}\right) + P(E_2) \times P\left(\frac{R}{E_2}\right) + P(E_3) \times P\left(\frac{R}{E_3}\right)}$$

$$= \frac{\frac{25}{\cancel{100}} \times \frac{5}{\cancel{100}}}{\frac{25}{\cancel{100}} \times \frac{5}{\cancel{100}} + \frac{35}{\cancel{100}} \times \frac{4}{\cancel{100}} + \frac{40}{\cancel{100}} \times \frac{2}{\cancel{100}}}$$

$$= \frac{25 \times 5}{25 \times 5 + 35 \times 4 + 40 \times 2}$$

$$= \frac{125}{125 + 140 + 80}$$

$= \frac{125}{345}$

$= \frac{25}{69}$ Ans

उत्तर:- (27)

असमिका -: $x+2y \leq 120$
$x+y \geq 60$
$x-2y \geq 0$

पहली असमिका -: $x+2y \leq 120$

समीकरण रूप -: $x+2y = 120$

$x=0$ रखने पर -:
$0+2y = 120$
$[y=60]$ बिंदु = $(0,60)$

$y=0$ रखने पर -:
$x+0 = 120$
$[x=120]$ बिंदु = $(120,0)$

असमिका में $(0,0)$ रखने पर -:
$0+0 \leq 120$
$0 \leq 120$ (जोकि सत्य है।)
अतः हल क्षेत्र मूल बिंदु की ओर है।

P.T.O.

दूसरी असमिका -: $x+y \geq 60$

समीकरण -: $x+y=60$

$x=0$ रखने पर -:

$0+y=60$

$[y=60]$ बिंदु $=(0,60)$

$y=0$ रखने पर -:

$x+0=60$

$[x=60]$ बिंदु $=(60,0)$

असमिका में $(0,0)$ से -:

$0+0 \geq 60$

$0 \geq 60$ (जोकि असत्य है।)

हल क्षेत्र = मूल बिन्दु से दूर।

तीसरी असमिका -: $x-2y \geq 0$

समीकरण -: $x-2y=0$

$x=2y$

$y=10$ रखने पर -:

$x=2\times 10$

$[x=20]$ बिंदु $=(20,10)$

$y=0$ रखने पर -:

$x=2\times 0$

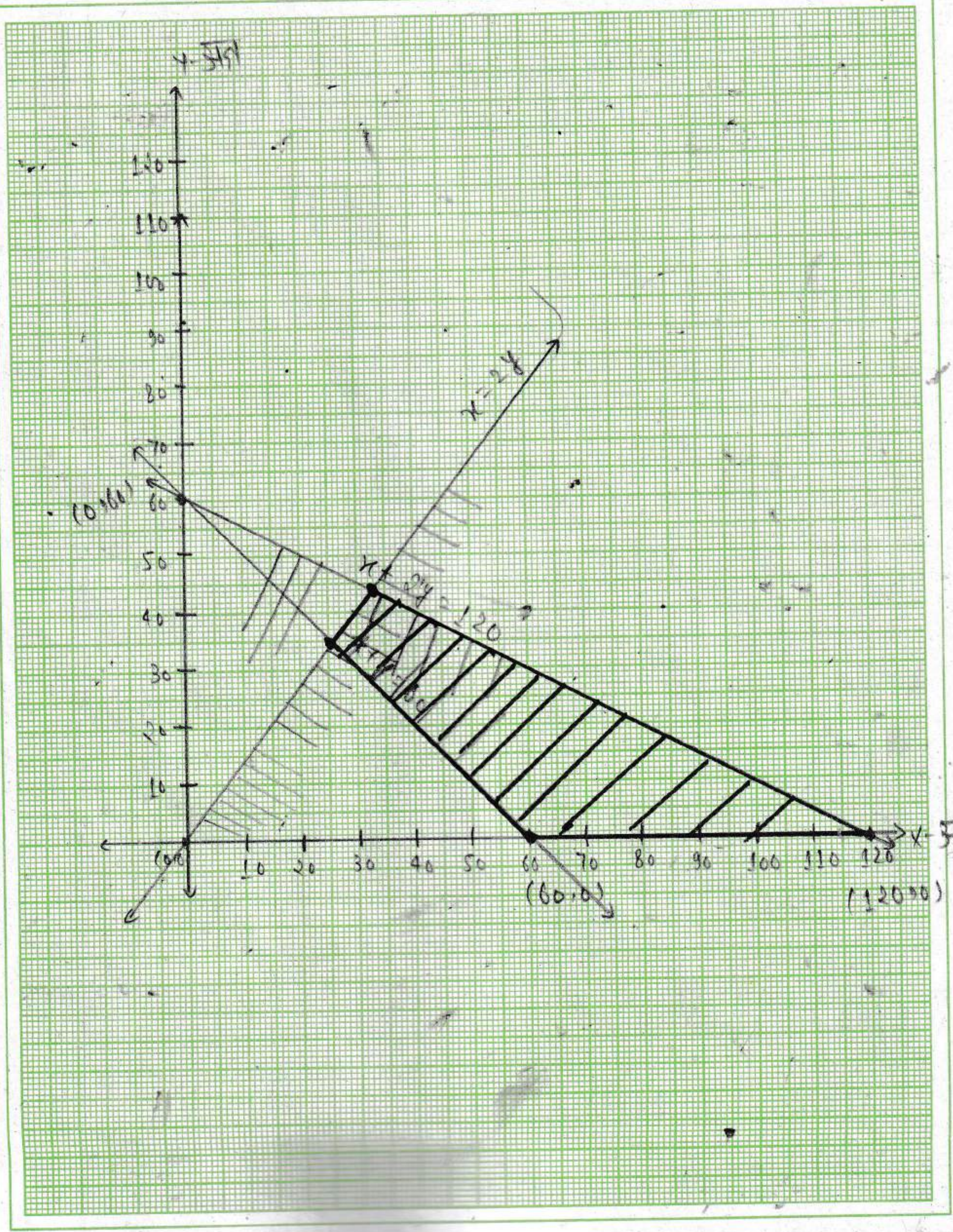
$[x=0]$ बिंदु $=(0,0)$

हल क्षेत्र -: x - अक्ष की ओर।

Roll No.
अनुक्रमांक

2	2	5	0	3	8	2	0

इण्टर केन्द्र
सं० 01213



$x \geq 0$ & $y \geq 0$

हल क्षेत्र ($x \geq 0$) = x-अक्ष से दाँयी ओर।
हल क्षेत्र ($y \geq 0$) = x-अक्ष से ऊपर।

प्रतिच्छेद बिंदु ⇒

$x+y=60$
$x=2y$
$2y+y=60$
$\cancel{3}y=\cancel{60}$
$[y=20]$

$[x=40]$ बिंदु = (40,20)

प्रतिच्छेद बिंदु ⇒ $x+2y=120$
$x=2y$
$2y+2y=120$
$4y=120$

$[y=30]$

$[x=60]$ बिंदु = (60,30)

बिंदु = (40,20), (60,30), (60,0), (120,0)
$z=5x+10y$
$(40,20) \Rightarrow 40\times5+10\times20 = 200+200 = 400$
$(60,30) \Rightarrow 60\times5+10\times30 = 300+300 = 600$ (Max)
$(60,0) \Rightarrow 5\times60+10\times0 = 300$ (mini).
$(120,0) \Rightarrow 5\times120+10\times0 = 600$ (Max)

उच्चतम मान = 600   बिंदु = (120,0) & (60,30)
निम्नतम मान = 300   बिंदु = [illegible]